

Diseño y validación de un instrumento para la observación de las prácticas preprofesionales del futuro profesor de matemática

Design and validation of an observational instrument for the pre-professional practices of the future mathematics teacher

Salvador Alejandro Alarcón Godoy¹

<https://orcid.org/0009-0009-9892-452X>

Carolina Henríquez-Rivas²

<https://orcid.org/0000-0002-4869-828X>

Recibido: 27/4/2025 | Revisado: 15/5/2025 | Aprobado: 30/5/2025 | Publicado: 9/7/2025

Resumen

Este estudio presenta el diseño y la validación de un instrumento para la observación en la formación práctica preprofesional del futuro profesor de matemática, mediante un proceso que contempló 5 etapas: (1) revisión de la literatura desde dos temas, uno de ellos la normativa que orienta la formación inicial docente en Chile, y el otro, aspectos teóricos de la educación matemática, para analizar el trabajo del profesorado o futuro profesor de matemática; (2) diseño preliminar del instrumento, de acuerdo con las categorías del marco conceptual, compuesto por tres dimensiones, diez subdimensiones y veintiséis descriptores; (3) validación de contenido por juicio de expertos, cuya consistencia interna fue analizada utilizando el coeficiente V de Aiken; (4) ajustes al diseño preliminar, y (5) versión definitiva del instrumento, cuyo análisis estadístico arrojó niveles aceptables (≥ 0.7) en la mayoría de los ítems. De ahí se concluye que el uso de este instrumento aportará a observar y retroalimentar la práctica del futuro profesor de matemática y la mejora de su formación inicial.

Palabras clave: desarrollo profesional, instrumento, práctica preprofesional, matemática, formación docente

¹ Magíster en Didáctica de la Matemática. Profesor de Matemática, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule (UCM); Departamento de Ciencias Básicas, Universidad de Concepción (UdeC). Para contactar al autor: salvadoralarcon@udec.cl

² Doctora en Didáctica de la Matemática, profesora de Matemática y Computación, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule (UCM). Para contactar a la autora: chenriquezr@ucm.cl

ISSN (en línea): 1814-4152 / Sitio web: <http://cuaderno.pucmm.edu.do>

CÓMO CITAR: Alarcón, S. y Henríquez-Rivas, C. (2025). Diseño y validación de un instrumento para la observación de las prácticas preprofesionales del futuro profesor de matemática. *Cuaderno de Pedagogía Universitaria*, 22(44), 29-50. <https://doi.org/10.29197/cpu.v22i44.682>



Esta obra está bajo la licencia de Creative Commons Atribución 4.0 Internacional

Abstract

This study presents the design and validation of an instrument for observation during the pre-professional practicum of future mathematics teachers, through a process that involved five stages: (1) a literature review focused on two areas: the regulations that guide initial teacher education in Chile and theoretical frameworks that have been used in the field of mathematics education to analyze the work of teachers or future mathematics teachers; (2) preliminary design of the instrument, based on the categories of the conceptual framework, which included three dimensions, ten subdimensions, and twenty-six descriptors; (3) content validation by expert judgment, with internal consistency analyzed using Aiken's V coefficient; (4) adjustments to the preliminary design; and (5) final version of the instrument. For content validation, the instrument was evaluated by a panel of eight experts. Aiken's V coefficient was used for statistical analysis, showing acceptable levels (≥ 0.7) for most items. It is concluded that the use of this instrument will contribute to observing and providing feedback on the practices of future mathematics teachers and improving their initial training.

Keywords: professional development, instrument, pre-service practice, mathematics, teacher training

Introducción

En las últimas décadas, la formación de profesores de matemática ha sido objeto de estudio en el contexto educativo (García, 2005; León et al., 2019). Especialmente, estudiar la formación práctica de futuros profesores es un tema de interés en la disciplina (Verdugo-Hernández et al., 2024). El estudio de Sánchez (2013) muestra que la formación inicial docente (FID) ha pasado a ser un tema de políticas educativas, mientras Barber y Mourshed (2007) así como Pino-Fan et al. (2018) subrayan su importancia para el logro de la calidad de los procesos educativos en el aula. Por ello, distintas organizaciones que establecen políticas educativas han priorizado la FID en sus recomendaciones (Beech, 2004; Beech, 2007). En particular, en la formación de profesores de matemática, estas recomendaciones se centran en aspectos disciplinares y didácticos (OREALC/ UNESCO Santiago, 2013).

Así pues, el estudio de la formación práctica del futuro profesor de matemática constituye un área de interés para la investigación educativa. En el estudio de Llinares (2018) se revela la necesidad de investigar en la formación docente para la comprensión de la práctica, así como los procesos de aprendizaje y desarrollo profesional de profesores de matemática que permitan la toma de decisiones en programas de formación inicial y continua.

Antecedentes de contexto: el caso de la FID en Chile

El marco legal chileno dispone de un Sistema Nacional de Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior (Ley 20.129 de 2006). En el caso de la formación pedagógica, esta ley establece requisitos de ingreso, define procesos evaluativos de los estudiantes y detalla indicaciones para que la Comisión Nacional de Acreditación (CNA-Chile) evalúe estas carreras. Uno de los criterios

establecidos por la CNA está vinculado a la formación práctica, lo cual refiere al diseño, implementación y monitoreo de un sistema u organización formal para la formación práctica. Este eje formativo debe permitir a los futuros profesores desplegar las competencias, objetivos o resultados de aprendizaje del perfil de egreso y demostrar un desarrollo creciente de su efectividad en la docencia, en el contexto formativo (CNA-Chile, 2023).

En Chile, la FID de Matemática incorpora en universidades públicas prácticas tempranas (práctica preprofesional) como parte de la formación. Su importancia se constata en la normativa que regula la FID (Ley 20.129 de 2006; CNA-Chile, 2023), donde se considera la formación práctica como un ámbito relevante dentro de la formación. Este eje contempla diversas asignaturas de práctica preprofesional a lo largo del trayecto educativo. A modo ilustrativo, la Tabla 1 muestra su incorporación en carreras de Pedagogía en Matemática.

Tabla 1
Práctica preprofesional en carreras de Pedagogía en Matemática

Zona geográfica	Universidad	Número de prácticas preprofesionales	Semestre dentro del plan de estudio
Norte	De Antofagasta	4	2, 4, 6 y 8
Centro	Metropolitana de Ciencias de la Educación	5	2, 3, 5, 7 y 8
Sur	De La Frontera	4	4, 6, 7 y 8

Fuente: elaboración propia (extraído de: <https://acceso.mineduc.cl>).

Estas experiencias de aula son positivamente valoradas por investigadores chilenos de reconocimiento nacional e internacional por su aporte en el campo de la formación del profesorado de matemática (Pino-Fan et al., 2018). En específico, la inserción temprana de los futuros profesores en los centros educativos ha recibido importancia estratégica, por lo cual resulta determinante que la formación práctica (profesional y preprofesional) sea investigada (Contreras et al., 2010). Otros autores muestran la relevancia de la observación de las prácticas en el proceso de formación inicial del profesorado en general (Fuentes, 2011; Arteaga-Martínez et al., 2021), de modo que permitan un análisis y reflexión sobre la acción y se transformen en herramienta de desarrollo profesional.

Instrumentos para la observación del profesor de matemáticas

La observación de clases de Matemática se ha ido convirtiendo en una herramienta central para el mejoramiento de los aprendizajes en las aulas, por lo que “se hace necesario el desarrollo de instrumentos que nos permitan enmarcar la observación y retroalimentación, y definir qué vamos a observar” (Martínez et al., 2018, p. 40). En este sentido, distintos instrumentos han sido diseñados para la observación de profesores de matemática, entre ellos: RTOP (Evaluation Facilitation Group, 2000); IQA (Boston y Wolf, 2006); M-Scan (Berry et al., 2012); Pauta MateO (Centro de Investigación Avanzada en Educación [CIAE], 2017); Manual ProMate (CIAE et al., 2018); POEMat.ES

(Joglar et al., 2021). Sin embargo, estos no se adaptan a la observación de aula en matemática en contextos de la formación práctica (Boston et al., 2015). Por su parte, Espinoza et al. (2023) dan cuenta del creciente interés en la construcción de instrumentos para la observación del aula.

Lo anterior deja notar la relevancia de la línea de prácticas en la formación del profesorado, específicamente en educación matemática, y la escasez reportada en cuanto al diseño de instrumentos que permitan observar el desempeño en las aulas, sobre todo de los futuros profesores cuando realizan actividades formativas en contextos escolares reales. Por tanto, en este artículo se plantea como objetivo diseñar y validar un instrumento para la observación de las prácticas preprofesionales del futuro profesor de matemática.

A continuación, se presentan los fundamentos teóricos, metodológicos y empíricos que sustentan el desarrollo del instrumento. En primer lugar, se expone el marco conceptual que articula referentes normativos y teóricos desde los ámbitos pedagógico, disciplinar y didáctico-disciplinar. Posteriormente, se describe la metodología empleada para su diseño y validación, basada en juicio de expertos y análisis mediante el coeficiente V de Aiken. Los resultados se organizan en torno a las distintas etapas del proceso de construcción y evaluación del instrumento, destacando los ajustes realizados a partir de la retroalimentación cualitativa recibida. Finalmente, se discuten las implicancias del instrumento para la formación inicial docente y se plantean proyecciones para futuras investigaciones.

Fundamentación teórica

Este marco se basa en literatura especializada sobre la formación del profesorado y su conocimiento específico, abordada desde dos aristas: 1) literatura que orienta la formación inicial docente; 2) aspectos teóricos de referencia que han sido utilizados en el campo de la educación matemática para analizar el trabajo del profesorado o futuro profesor de matemática. Estas aristas se han organizado según tres ámbitos: pedagógico, disciplinar y didáctico-disciplinar (Shulman, 1986; Arteaga-Martínez et al., 2021; Van Zoest et al., 2021).

En cuanto a la revisión de la documentación y normativas vigentes en Chile, se puede indicar que los Estándares de la Profesión Docente (EPD) son el principal referente definido sobre la pedagogía que los niños, niñas y jóvenes necesitan para desarrollar su máximo potencial (Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas [CPEIP], 2021a). Estos estándares se proyectan en relación con dos etapas del docente: (1) su formación inicial, a través de los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para Carreras de Pedagogía (en adelante, Estándares FID) (CPEIP, 2021b); y (2) su ejercicio profesional, a través de los Estándares de Desempeño de la Profesión Docente, contenidos en el Marco para la Buena Enseñanza (CPEIP, 2021c). En particular, los Estándares FID (Ministerio de Educación de Chile, 2017) se plantean como pautas que explicitan y definen el conjunto de habilidades, conocimientos y disposiciones que debe tener un profesional de la educación una vez finalizada su formación inicial en los ámbitos pedagógico y disciplinario (CPEIP, 2021a).

Con respecto a aspectos disciplinares y didáctico-disciplinares, se contemplan dos modelos teóricos: 1) *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática* (MTSK por su sigla en inglés) (Carrillo-Yañes et al., 2018), que ha sido ampliamente utilizado para analizar el conocimiento del profesorado

de matemática (Martignone et al., 2022; Loría-Fernández et al., 2023); 2) *Teoría de los Espacios de Trabajo Matemático* (ETM) (Kuzniak et al., 2022), aplicada para analizar el trabajo matemático del profesor y de estudiantes (Henríquez-Rivas y Kuzniak, 2021). Ambas perspectivas se han manejado en complementariedad, pues permiten ahondar en aspectos didácticos y disciplinares del profesor de matemática (Espinoza-Vásquez et al., 2025; Verdugo-Hernández y Caviedes-Barrera, 2024). A continuación, se describen las dimensiones consideradas para el diseño del instrumento:

Dimensión pedagógica

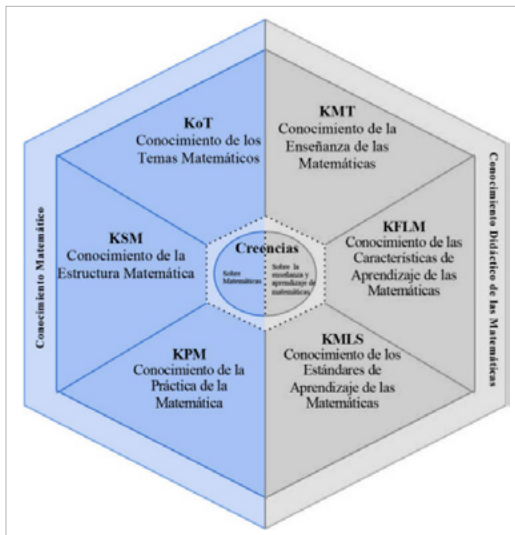
El ámbito pedagógico, según CPEIP (2021b), se entiende como las competencias docentes de cualquier asignatura que aseguren interacciones pedagógicas de calidad para el logro de aprendizajes. Las mismas abarcan conocimientos, habilidades y disposiciones cuyo dominio se espera por parte de los profesores, para que sus estudiantes participen en procesos educativos.

De acuerdo con CPEIP (2021b), estas competencias se evidencian a través de prácticas que involucran al alumnado en tareas cognitivamente desafiantes, evaluación formativa y sumativa para ajustar la enseñanza y/o retroalimentar, promoción del bienestar y clima escolar positivo, explicaciones que aclaren mejor el contenido, modelamiento y uso de ejemplos, conducción de la discusión, promoción de las habilidades de pensamiento y resolución de problemas, además del uso de TIC. Estas prácticas pueden organizarse en cinco aspectos: (1) Ambiente favorable y seguro, (2) estrategias organizadas para la enseñanza, la evaluación y la retroalimentación, (3) promoción del desarrollo de habilidades a través del aprendizaje social y emocional, (4) desarrollo de las capacidades docentes y (5) apoyo a los estudiantes.

Dimensión disciplinar

La dimensión disciplinar es entendida, desde su conceptualización en los Estándares FID, como lo que el egresado debe demostrar en cuanto al manejo de los conocimientos propios de su disciplina (CPEIP, 2021b). Al respecto, se indica que la excelencia de la enseñanza descansa en una imbricación profunda entre el conocimiento del contenido y la capacidad pedagógica de generar representaciones, acciones y reflexiones sobre tales conocimientos (Shulman, 1986).

El modelo MTSK (*Mathematical Teacher Special Knowledge*) permite focalizar la comprensión del profesor (Carrillo-Yañes et al., 2018), siguiendo la línea de Shulman (1986) y Ball et al. (2008). Ha sido aplicado en diferentes niveles educativos (primaria, secundaria y superior), tanto con profesores en servicio como en formación (Advíncula-Clemente et al., 2020), revelando su utilidad como herramienta teórica y analítica que permite identificar el conocimiento especializado del profesor de matemática y comprender su naturaleza de manera sistemática y organizada. El modelo puede comprenderse desde dos dominios de conocimiento: conocimiento matemático y conocimiento didáctico-matemático. En la presente investigación, se procura ahondar en el conocimiento matemático (MK) que el profesor transmite y la forma en que lo despliega (Advíncula-Clemente et al., 2020). La Figura 1 muestra el modelo MTSK y la parte azul corresponde al enfoque considerado en este estudio.

Figura 1*Esquema del modelo MTSK*

Fuente: Carrillo-Yañez et al. (2018, p. 241).

El dominio MK considera tres subdominios: el Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT), que refiere a qué conoce y de qué manera conoce el profesor de matemáticas los tópicos que enseña, es decir, procedimientos involucrados, registros de representación, usos y aplicaciones relacionados, definiciones, propiedades y sus principios; el Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), que corresponde al conocimiento del profesor sobre las conexiones entre tópicos matemáticos, dentro de un mismo tema o entre temas diferentes; el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), que incluye el conocimiento acerca de cómo se crea, se hace y se produce matemática, considerando reglas de construcción de un conocimiento, al igual que las demostraciones y la resolución de problemas (Advíncula-Clemente et al., 2020; Zakaryan y Soza, 2021). De este modo, el instrumento propuesto se relaciona con los referidos tres subdominios del MTSK.

Dimensión didáctica disciplinar

El ámbito didáctico-disciplinar guarda relación con el saber específico asociado, en este caso, a la matemática y su enseñanza, involucrando el manejo del conocimiento propio de la disciplina y el conocimiento didáctico para su enseñanza. La teoría de los Espacios de Trabajo Matemático ha sido ampliamente utilizada para analizar el trabajo matemático del profesorado en el aula (Henríquez-Rivas et al., 2022; Henríquez-Rivas y Verdugo-Hernández, 2023), pues contribuye a la comprensión del quehacer del profesor al realizar tareas matemáticas y permite caracterizar los caminos que emergen en su resolución (Kuzniak et al., 2022).

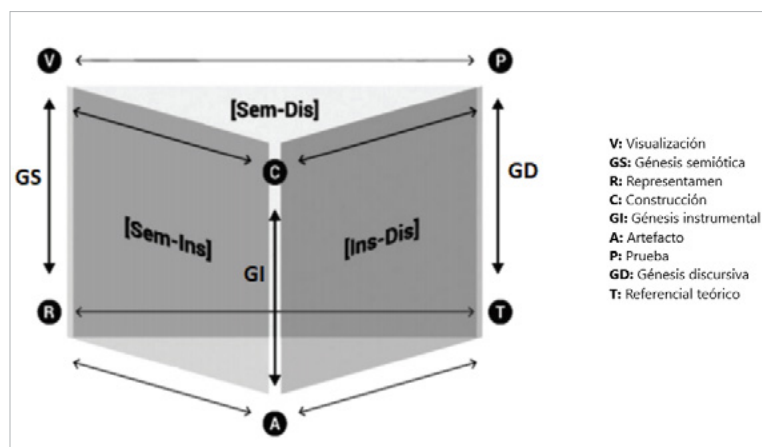
En el plano epistemológico se encuentran los principios propios de los objetos matemáticos en funcionamiento, mientras que en el plano cognitivo se encuentra el pensamiento de quien usa estos objetos matemáticos para la resolución de una tarea. La articulación entre estos dos planos está dada por tres génesis: génesis semiótica, que articula el representamen, el cual considera los objetos matemáticos involucrados y los procesos de visualización, vinculados con la representación

semiótica de los objetos matemáticos; génesis instrumental, que conecta artefactos, los que pueden ser materiales, tecnológicos o símbolos para el empleo de los objetos; génesis discursiva, que articula el referencial teórico y las pruebas, como todo el proceso discursivo de validación, que incluye definiciones, hipótesis, conjeturas, contraejemplos y argumentaciones deductivas (Kuzniak et al., 2016).

Por su parte, las distintas interacciones que se pueden dar entre dos génesis y sus componentes implicados se representan por planos verticales (Kuzniak y Richard, 2014). Estos planos verticales conectan diferentes fases del trabajo matemático y los significados en la ejecución de una tarea (Gómez-Chacón et al., 2016), lo cual se representa en la Figura 2. El plano vertical semiótico-discursivo [Sem-Dis] implica poner en coordinación el proceso de visualización de objetos representados con un razonamiento orientado hacia la comunicación matemática. Por otro lado, el plano vertical semiótico-instrumental [Sem-Ins] involucra el uso de artefactos para la construcción de resultados o exploración de objetos, mediante el uso de representaciones semióticas que permitan desarrollar una competencia ligada al descubrimiento. Por último, el plano vertical instrumental-discursivo [Ins-Dis] relaciona una prueba basada en la experimentación, la validación de una construcción o la generalización empírica, con el uso de un artefacto (Kuzniak y Richard, 2014; Kuzniak et al., 2016).

Figura 2

Diagrama de los planos, génesis y componentes de los ETM



Fuente: adaptado de Kuzniak et al. (2016, p. 864).

Esta investigación pone especial atención en el *ETM idóneo actual* del futuro profesor, entendido como el estudio del trabajo matemático que se observa y que realmente sucede en el aula durante el proceso de enseñanza de la matemática (Henríquez-Rivas et al., 2022).

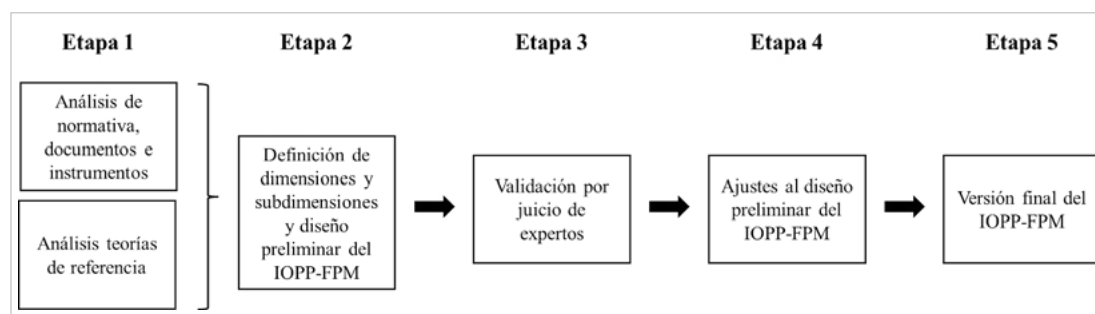
Metodología

El presente estudio muestra el diseño y validación de contenido del instrumento que ha sido llamado *Instrumento de observación de la práctica preprofesional del futuro profesor de matemática* (IOPP-FPM). Es un estudio de enfoque mixto (Creswell y Creswell, 2023), pues en una primera etapa se realizan estudios cualitativos para la construcción del instrumento y, posteriormente, hay una etapa

cuantitativa en el proceso de validación. Además, se adopta un estudio de carácter descriptivo (Lederman, 1993), pues se enfoca en realizar la construcción y evaluación de las características y propiedades psicométricas del instrumento, mediante análisis de contenido por juicio de expertos (Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez, 2008). Para ello, se utiliza el coeficiente V de Aiken (Aiken, 1985), que permite analizar la consistencia interna del contenido de los descriptores. Este proceso contempla cinco etapas, las cuales se muestran en la Figura 3.

Figura 3

Diagrama del proceso de construcción y validación del IOPP-FPM



En la etapa 1, se realizó una revisión de la literatura, enfocada en la normativa que orienta la formación inicial docente en Chile y los aspectos teóricos de referencia que habían sido utilizados en el campo de la educación matemática para analizar el trabajo del profesorado. Estos temas se abordaron considerando ciertos referentes, entre ellos: i) desde lo pedagógico, los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para Carreras de Pedagogía en Matemática (CPEIP, 2021b) y el Marco para la Buena Enseñanza (CPEIP, 2021c); ii) desde lo disciplinar, el modelo MTSK (Carrillo-Yañes et al., 2018); iii) desde lo didáctico-disciplinar, la Teoría de los ETM (Kuzniak et al., 2022).

En la etapa 2, se diseñó el instrumento de manera preliminar, de acuerdo con las categorías del marco conceptual. En la etapa 3, se realizó el proceso de validación, donde participaron siete expertos que se desempeñaban en tres universidades chilenas. Todos los informantes eran especialistas vinculados a la formación inicial y continua de profesores de matemática. Cinco de ellos eran doctores en Didáctica de la Matemática, uno de ellos era Magíster en Didáctica de la Matemática y otro era Doctor en Matemática.

A los expertos se les entregó vía correo electrónico una invitación que explicaba el contexto, la descripción y el propósito del estudio, junto con una guía para valorar los 26 descriptores iniciales, de acuerdo con su claridad (si es comprensible), pertinencia (si tiene relación con la subdimensión que mide) y relevancia (si debe ser incluido de acuerdo con el objetivo de investigación), utilizando una escala de tipo Likert para evaluar los descriptores, con puntuación de 1 a 4, que va desde el incumplimiento con la definición declarada para el criterio evaluado (1), hasta que el descriptor cumple con la definición declarada para el criterio evaluado (4). Además, se solicitó evaluar la suficiencia

de los descriptores con respecto a la subdimensión correspondiente e incluir las observaciones cualitativas que permitirían mejorar los evaluados con baja puntuación. Asimismo, se incluyó un espacio para valorar aspectos cualitativos desde su perspectiva como experto.

En la etapa 4, se realizaron los ajustes, tanto al instrumento en general como a los descriptores cuyo coeficiente V de Aiken no se encontraba en un nivel aceptable, esto es, menor a 0,7 (Charter, 2003), tomando en consideración las sugerencias cualitativas recibidas. Por último, la etapa 5 contempló el diseño final del instrumento.

Resultados

Los resultados del proceso de diseño y validación del IOPP-FPM se desarrollan a continuación, expresados en las cinco etapas descritas.

Etapa 1: Revisión de la literatura

Con respecto al dominio pedagógico, se reconocieron elementos generales, que no son propiedad exclusiva de la matemática escolar como asignatura, sino que trascienden a las distintas disciplinas curriculares. En cuanto a los dominios disciplinar y didáctico-disciplinar, se reconocieron aspectos disciplinares matemáticos y actividades que evidencian el trabajo matemático en el contexto del aula.

Etapa 2: Versión preliminar del instrumento

El marco conceptual permitió definir 3 dimensiones y 10 subdimensiones del instrumento asociadas a cada una. La *Dimensión Pedagógica*, que considera 3 subdimensiones: ambiente propicio para el aprendizaje, monitoreo del trabajo de los estudiantes y despliegue de variables socioemocionales. La *Dimensión Disciplinar*, que contempla 3 subdimensiones: conocimiento de los temas matemáticos, conocimiento de la estructura matemática y conocimiento de la práctica matemática. La *Dimensión Didáctica Disciplinar*, que abarca 4 subdimensiones: génesis semiótica, génesis instrumental, génesis discursiva y planos verticales.

De estas subdimensiones, se elaboran 26 descriptores orientados a una subdimensión específica. La redacción de los descriptores está dirigida para la observación del trabajo en aula del futuro profesor de matemática por parte del supervisor, quien es el profesor de la universidad que supervisa, acompaña y evalúa a los futuros profesores en el contexto de su práctica en un centro educativo (Hirmas, 2014). Cada descriptor está acompañado de una escala tipo Likert: 0 (no aplica), 1 (se observa escasamente), 2 (se observa generalmente), 3 (se observa frecuentemente) y 4 (se observa permanentemente).

Una vez definidos los 26 descriptores, se realiza el proceso de validación de contenido de estos, los cuales están asociados a cada dimensión del instrumento.

A continuación, en la Tabla 2 se muestra la organización del instrumento en su versión preliminar, por dimensión, subdimensión y cantidad de descriptores.

Tabla 2

Síntesis de las dimensiones y subdimensiones del instrumento preliminar

Dimensiones	Subdimensiones	Cantidad de descriptores	Características generales
Dimensión pedagógica	S1: Ambiente propicio para el aprendizaje	3	Relacionadas con las competencias docentes que aseguren interacciones pedagógicas de calidad para el logro de aprendizajes.
	S2: Monitoreo del trabajo de los estudiantes	3	
	S3: Despliegue de variables socioemocionales	3	
Dimensión disciplinar	S4: Conocimiento de los temas matemáticos	3	Relacionados con el conocimiento matemático que el futuro profesor usa o puede usar en cualquier actividad respecto a los temas que enseña y la forma en que los conoce.
	S5: Conocimiento de la estructura matemática	3	
	S6: Conocimiento de la práctica matemática	3	
Dimensión didáctica disciplinar	S7: Génesis Semiótica	2	Relacionados con las componentes, génesis y planos verticales descritos en los ETM, a fin de comprender aspectos del trabajo matemático en el aula realizado por el futuro profesor de matemática desde una perspectiva didáctica.
	S8: Génesis Instrumental	2	
	S9: Génesis Discursiva	3	
	S10: Planos verticales	3	

Etapas 3: Validación por juicio de expertos

Los resultados de las puntuaciones promedio de los descriptores y el coeficiente V de Aiken, por cada uno de los criterios evaluados, se muestran a seguidas:

Claridad

La claridad de 25 de los 26 descriptores fue evaluada muy favorablemente por parte de los expertos validadores. La Tabla 3 muestra las puntuaciones correspondientes al tercer descriptor por cada una de las dimensiones:

Tabla 3*Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken en dimensión pedagógica*

Subdimensión	S1			S2			S3	
Descriptor	1	2	3	4	5	6	7	8
Media	3,143	3,286	2,143	3,286	3,286	3,714	4	4
V de Aiken	0,714	0,762	0,381	0,762	0,762	0,905	1	1

El descriptor 3 requiere especial atención en cuanto a claridad. Su puntuación media es la más baja de la dimensión, incluso de todo el instrumento (como se puede observar en otras tablas). Además, el coeficiente es menor al valor de corte mencionado anteriormente. Los demás muestran puntuaciones medias sobre 3 y coeficientes en niveles aceptables. En particular, los descriptores 7 y 8 obtienen puntuaciones medias máximas y coeficientes ideales.

Tabla 4*Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken en dimensión disciplinar*

Subdimensión	S4			S5			S6		
Descriptor	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Media	3,714	3,571	3,571	3,714	3,571	3,571	3,714	3,857	3,714
V de Aiken	0,905	0,857	0,857	0,905	0,857	0,857	0,905	0,952	0,905

Como se muestra en la Tabla 4, todos los descriptores asociados a esta dimensión presentan puntuaciones medias sobre 3,5 y coeficientes superiores a 0,8, por lo que, de acuerdo con los jueces, su claridad es adecuada y no necesita revisión posterior.

Tabla 5*Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken en dimensión didáctica-disciplinar*

Subdimensión	S7		S8		S9		S10		
Descriptor	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Media	3,429	3,571	3,714	3,429	3,857	4	3,286	3,286	3,571
V de Aiken	0,81	0,857	0,905	0,81	0,952	1	0,762	0,762	0,857

En esta dimensión, al igual que en la anterior, todos los descriptores muestran puntuaciones medias sobre 3 y coeficientes superiores a 0,8; particularmente el descriptor 23 alcanza puntuación y coeficiente máximo (Tabla 5). Así, la claridad de estos descriptores se determina como adecuada y no necesita revisión posterior. En general, según el criterio *claridad*, la revisión se concentrará en la redacción del descriptor 3, considerando la media y el coeficiente obtenido, para hacer los ajustes correspondientes de acuerdo con las sugerencias cualitativas de los jueces.

Pertinencia

La pertinencia de 25 de los 26 descriptores fue evaluada muy favorablemente por parte de los expertos consultados.

Tabla 6

Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken en dimensión pedagógica

Subdimensión	S1			S2			S3	
Descriptor	1	2	3	4	5	6	7	8
Media	4	4	3,5	3,857	4	3,714	4	4
V de Aiken	1	1	0,833	0,952	1	0,905	1	1

Como se observa en la Tabla 6, los descriptores asociados a esta dimensión muestran puntuaciones medias mayores o iguales 3,5 y coeficientes en niveles aceptables. Los descriptores 1, 2, 5, 7 y 8 obtienen puntuaciones medias máximas y coeficientes ideales. Considerando estos datos, los descriptores no necesitan revisión posterior de acuerdo con este criterio.

Tabla 7

Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken en dimensión disciplinar

Subdimensión	S4			S5			S6		
Descriptor	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Media	3,714	3,877	3,714	3,714	3,714	3,714	3,571	3,571	3
V de Aiken	0,905	0,952	0,905	0,905	0,905	0,905	0,857	0,857	0,667

De acuerdo con la Tabla 7, el descriptor 17 obtiene la puntuación media más baja de la dimensión, junto con un coeficiente menor al valor crítico de aceptación definido en esta investigación. Los demás descriptores asociados a esta dimensión muestran puntuaciones medias sobre 3,5 y coeficientes superiores a 0,8, por lo que, de acuerdo con los jueces, la pertinencia de estos descriptores es adecuada y no necesitan revisión posterior.

Tabla 8

Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken en dimensión didáctica-disciplinar

Subdimensión	S7		S8		S9		S10		
Descriptor	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Media	3,857	3,857	4	3,714	4	4	4	3,667	3,429
V de Aiken	0,952	0,952	1	0,905	1	1	1	0,889	0,81

En esta dimensión, al igual que en la anterior, todos los descriptores muestran altas puntuaciones medias, sobre 3 y coeficientes superiores a 0,8. Los descriptores 20, 22, 23 y 24 alcanzan puntuación

media y coeficiente máximo (Tabla 8). Así, la pertinencia de estos descriptores es adecuada y, de acuerdo con los jueces, no necesita revisión posterior. Respecto al criterio *pertinencia*, la revisión se concentra en el descriptor 17, para hacer los ajustes correspondientes, con base en las apreciaciones cualitativas de los jueces.

Relevancia

Los 26 descriptores del instrumento fueron evaluados positivamente por parte de los jueces. En efecto, este criterio es el que obtiene las puntuaciones y coeficientes más altos.

Tabla 9

Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken en dimensión pedagógica

Subdimensión	S1			S2			S3	
Descriptor	1	2	3	4	5	6	7	8
Media	4	4	3,667	3,857	4	3,714	4	4
V de Aiken	1	1	0,889	0,952	1	0,905	1	1

En la Tabla 9 se evidencia que los descriptores asociados a esta dimensión muestran puntuaciones medias mayores o iguales 3,6 y coeficientes en niveles aceptables, mayores a 0,8. Mientras que los descriptores 1, 2, 5, 7 y 8 obtienen puntuaciones medias máximas y coeficientes ideales. Considerando estos datos, los descriptores no necesitan revisión posterior según este criterio.

Tabla 10

Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken en dimensión pedagógica

Subdimensión	S4			S5			S6		
Descriptor	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Media	4	4	3,571	3,571	3,571	3,429	3,714	3,857	3,286
V de Aiken	1	1	0,857	0,857	0,857	0,81	0,905	0,952	0,762

Los descriptores asociados a esta dimensión muestran puntuaciones medias sobre 3 y coeficientes superiores a 0,7, incluyendo los descriptores 9 y 10 con puntuaciones y coeficientes máximos, por lo cual su relevancia se califica como adecuada y no necesitan revisión posterior (Tabla 10).

Tabla 11

Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken en dimensión didáctica-disciplinar

Subdimensión	S7		S8		S9		S10		
Descriptor	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Media	3,857	3,857	4	3,714	4	4	4	3,667	3,429
V de Aiken	0,952	0,952	1	0,905	1	1	1	0,889	0,81

Todos los descriptores asociados a esta dimensión muestran puntuaciones medias sobre 3 y coeficientes superiores a 0,8. Al igual que en el criterio *pertinencia*, los descriptores 20, 22, 23 y 24 alcanzan puntuación media y coeficiente máximo (Tabla 11). De esta forma, la relevancia de estos descriptores resulta adecuada y no necesita revisión posterior. En relación con el criterio *relevancia*, no habrá revisión de los descriptores, pues las puntuaciones medias y los coeficientes están sobre el nivel definido como aceptable.

Suficiencia

De acuerdo con la valoración de los jueces, los descriptores presentados son considerados suficientes para la dimensión respectiva a la que están asociados. La media y el coeficiente para el instrumento se presentan en la Tabla 12.

Tabla 12

Puntuaciones medias y coeficientes V de Aiken para el criterio Suficiencia

Dimensión	D1	D2	D3
Media	3,333	3,5	3,667
V de Aiken	0,778	0,833	0,889

En resumen, la revisión se concentra en los descriptores 3 y 17, de acuerdo con la valoración de los expertos y considerando sus apreciaciones cualitativas.

Etapas 4. Ajustes al instrumento

Según los resultados de la validación de contenido, se puede apreciar una valoración altamente positiva al instrumento por parte de los expertos. Los criterios de claridad, pertinencia, relevancia y suficiencia obtuvieron puntajes medios cercanos al máximo y coeficientes V de Aiken en niveles aceptables. No obstante, los descriptores 3 y 17 debieron ser revisados por claridad y pertinencia, respectivamente. Además, los comentarios de 3 expertos sugirieron incorporar un espacio de valoraciones cualitativas para que el profesor supervisor tenga la posibilidad de registrar otros elementos que pudieran no estar contemplados en los descriptores mencionados.

Ajustes al descriptor 3

Las observaciones dadas por los expertos implican clarificar la redacción del descriptor:

- “Revisar la escritura” (Juez evaluador 4)
- “No queda claro lo que quiere decir” (Juez evaluador 7)

Por su parte, las sugerencias cualitativas proponen una nueva redacción del descriptor:

- “Puede estar en el tenor del antiguo MBE: responde de manera asertiva frente a los quiebres de las normas de convivencia” (Juez evaluador 2)
- “Gestiona el comportamiento de los estudiantes de acuerdo a las normas de convivencia establecidas” (Juez evaluador 3)

Los autores proponen una nueva redacción: Gestiona asertiva y efectivamente el comportamiento de los estudiantes frente a las faltas a las normas de convivencia.

Ajustes al descriptor 17

Las observaciones dadas por los expertos sugieren la eliminación del descriptor. Según señalan:

- “Es similar al descriptor 11. Estarían evidenciando lo mismo” (Juez evaluador 1)
- “Esto ya fue abordado en un descriptor anterior” (Juez evaluador 2)

Por tal razón, se elimina el descriptor 17, dado que estaba incluido en otro (el 11).

Otros ajustes

Los expertos coinciden en sugerir la incorporación de un espacio de observaciones cualitativas en cada subdimensión, con el propósito de que el profesor supervisor tenga disponibilidad para dar cuenta de algún otro aspecto relevante que pudiera no estar contenido en algún descriptor.

- “Sería bueno incluir un espacio asociado a las dimensiones para escribir otros aspectos emergentes” (Juez evaluador 2)
- “Faltaría un espacio para observaciones” (Juez evaluador 4)

Etapa 5. Versión final del instrumento

La versión final del *Instrumento IOPP-FPM*, luego de los ajustes relacionados con el proceso de validación y las sugerencias cualitativas de los expertos, contempla 25 descriptores organizados en dimensiones y subdimensiones. Cada uno de los descriptores está asociado a una escala de apreciación donde el profesor supervisor debe identificar si cada aspecto se observa escasamente, generalmente, frecuentemente o permanentemente en el desarrollo de la clase, o bien, si no aplica. Además, al final de cada subdimensión se incluye un espacio para observaciones cualitativas. Los descriptores por subdimensión se indican en la Tabla 13.

Tabla 13

Descriptores validados del IOPP-FPM, según subdimensión y dimensión

Dimensiones	Subdimensiones	Descriptores
Dimensión pedagógica	Ambiente propicio para el aprendizaje	1. Establece normas de funcionamiento de la clase, las que son comunicadas y reforzadas durante su desarrollo.
		2. Promueve la participación equitativa de sus estudiantes en las actividades de la clase.
		3. Gestiona asertiva y efectivamente el comportamiento de los estudiantes frente a las faltas a las normas de convivencia.

Dimensiones	Subdimensiones	Descriptorios
Dimensión pedagógica	Monitoreo del trabajo de los estudiantes	4. Realiza preguntas retóricas o dirigidas que permiten verificar la comprensión de instrucciones y actividades, por parte de sus estudiantes. 5. Realiza preguntas retóricas o dirigidas que permiten verificar la comprensión de aprendizajes, por parte de sus estudiantes. 6. Propone tareas breves que permiten verificar la comprensión de aprendizajes por parte de sus estudiantes.
	Despliegue de variables socioemocionales	7. Promueve el desarrollo de habilidades sociales, como la escucha, el respeto por los turnos, la empatía u otros, en las interacciones entre pares. 8. Promueve el desarrollo de habilidades sociales, como la escucha, el respeto por los turnos, la empatía u otros, en las interacciones con el profesor.
Dimensión disciplinar	Conocimiento de los temas matemáticos	9. Muestra dominio de los conceptos y proposiciones matemáticas que enseña. 10. Muestra dominio de las propiedades de los objetos matemáticos que utiliza, aplicándolas de manera correcta. 11. Usa distintos ejemplos para la enseñanza del tema que presenta.
	Conocimiento de la estructura matemática	12. Relaciona el aprendizaje de la clase con otros conocimientos matemáticos, dentro del mismo tópico abordado. 13. Relaciona el aprendizaje de la clase con otros conocimientos matemáticos, dentro de otros tópicos distintos al abordado, en el mismo eje temático. 14. Relaciona el aprendizaje de la clase con otros conocimientos matemáticos, dentro de otros tópicos distintos al abordado, en otro(s) eje(s) temático(s).
	Conocimiento de la práctica matemática	15. Usa las definiciones, proposiciones y propiedades, que involucran los temas enseñados. 16. Demuestra o justifica las producciones matemáticas que enseña, considerando la lógica argumental detrás de su uso.
Dimensión didáctica disciplinar	Génesis semiótica	17. Usa distintas representaciones semióticas. 18. Las representaciones usadas permiten visualizar el objeto matemático en cuestión.

Dimensión didáctica disciplinar	Génesis instrumental	19. Usa distintos recursos materiales o tecnológicos, de acuerdo con los procedimientos correspondientes, para resolver o ejemplificar una tarea.
		20. Usa teoremas o propiedades como algoritmos o fórmulas para resolver o ejemplificar una tarea.
	Génesis discursiva	21. Promueve el uso de conjeturas frente a distintas tareas de aprendizaje en la clase.
		22. Promueve el uso de argumentaciones deductivas o inductivas frente a distintas tareas de aprendizaje en la clase.
	Planos verticales	23. Coordina la visualización de los objetos matemáticos que enseña, con un razonamiento que permite su comunicación matemática.
		24. Se apoya en la visualización para identificar o explorar objetos que permiten resolver un problema o realizar una prueba.
		25. Justifica las construcciones matemáticas realizadas.

Discusión y conclusiones

Este artículo muestra las fases que llevaron al diseño y la validación del instrumento denominado IOPP-FPM, para la observación de las prácticas del futuro profesor de matemática durante su inserción temprana, al tiempo que realza la importancia de la observación del estudiantado en sus prácticas preprofesionales, para su evaluación y retroalimentación (Fuentes, 2011; Verdugo-Hernández y Caviedes-Barrera, 2024), y la necesidad de contar con un instrumento que oriente dicha observación (Contreras *et al.*, 2010).

La revisión que se realizó a la literatura , desde los documentos normativos en el contexto de la FID en Chile, junto con marcos teóricos que se usan frecuentemente para analizar el conocimiento y la práctica del futuro profesor de matemática, permitieron organizar el instrumento en tres dimensiones, con tres o cuatro subdimensiones cada una, cuyas definiciones teóricas permitieron la redacción de descriptores. A su vez, estos fueron validados en contenido a través del juicio de siete expertos de Matemática o Didáctica de la Matemática y las puntuaciones obtenidas fueron analizadas estadísticamente mediante el coeficiente V de Aiken. Los resultados de los juicios muestran una valoración positiva, en general, a la claridad, pertinencia, relevancia y suficiencia de estos descriptores, con algunas sugerencias cualitativas dadas por los jueces. Los resultados del análisis estadístico, junto con los ajustes hechos a partir de dichas sugerencias, permitieron proponer la versión final del IOPP-FPM, el cual se plantea como un aporte para lograr un instrumento más completo.

Con la elaboración de este instrumento se podrá obtener evidencia de las prácticas que desarrollan los futuros profesores de matemática durante su formación temprana en actividades de la práctica preprofesional. Mediante la información obtenida del IOPP-FPM es posible retroalimentar al futuro profesor y, a su vez, tomar decisiones a nivel de la formación del profesorado, con especial atención en las actividades de práctica preprofesional.

A diferencia de otros instrumentos de observación (Evaluation Facilitation Group, 2000; Boston y Wolf, 2006; Berry et al., 2012; CIAE, 2017; CIAE et al., 2018; Joglar et al., 2021), cuyo diseño está orientado a la observación de profesores en servicio, el IOPP-FPM integra la dimensión pedagógica desde la normativa chilena vigente en relación con la FID (CPEIP, 2021b; 2021c) y las dimensiones disciplinar y didáctica disciplinar desde marcos teóricos (Carrillo-Yañez et al., 2018; Kuzniak et al., 2022) que actualmente la investigación en educación matemática utiliza de forma complementaria para profundizar en la comprensión del (futuro) profesor en su formación inicial.

En cuanto a los aspectos teóricos que sustentan este estudio, una futura investigación podría considerar el subdominio didáctico-disciplinar del modelo MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018) y especificidades de los ETM (Kuzniak et al., 2022), lo cual podría robustecer el instrumento y ampliar su uso en otros contextos de la formación docente. Asimismo, hallazgos del estudio de estas dos teorías en conexión podrían ser contemplados (Espinoza-Vásquez et al., 2025).

Con respecto a las limitaciones de este estudio, el número de jueces participantes como expertos en la validación de contenido pudo haber influido en los resultados obtenidos, pues a mayor cantidad de jueces evaluadores, mayor flexibilidad en el valor del coeficiente a usar (Eskurra, 1988). No obstante, las características académicas de los expertos y su vínculo con la formación inicial de profesores de matemática permiten confiar en el instrumento final obtenido.

Finalmente, el instrumento diseñado y validado IOPP-FPM se pone a disposición para su uso en la observación de prácticas preprofesionales de futuros profesores de matemática durante su formación. Se proyecta que el uso de este instrumento permita aplicarlo en la formación inicial del profesorado, realizar su validación de constructo y definir perfiles o categorías del futuro profesor de matemática en el contexto de su formación práctica temprana, lo cual ayudaría a mejorar la formación del profesorado.

Agradecimientos: Los investigadores agradecen a Beca Magíster en Chile para Profesionales de la Educación, Resolución Exenta N°6419/2018 de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica, también a la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile, Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico de Iniciación 2023, Folio 11230523.

Referencias bibliográficas

- Advíncula-Clemente, E., Beteta-Salas, M., León-Ríos, J., Torres-Céspedes, I. y Montes, M. (2020). El conocimiento matemático del profesor acerca de la parábola: diseño de un instrumento para investigación. *Uniciencia*, 35(1), 190–209. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.12>
- Aiken, L. (1985). Three coefficients for analyzing the reliability and validity of ratings. *Educational and Psychological Measurement*, 45(1), 131–142. <https://doi.org/10.1177/0013164485451012>
- Arteaga-Martínez, B., Macías-Sánchez, J., Pla-Castells, M. y Ramírez-García, M. (2021). Diseño y validación de un instrumento para observación de clases de matemáticas en Educación Secundaria: grupo nominal y método Delphi. *RELIEVE. Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 27(2), art. 3. <https://doi.org/10.30827/relieve.v27i2.21812>

- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/00224871083245>
- Barber, M., & Mourshed, M. (2007). *How the world's best performing systems come out on top*. McKinsey.
- Beech, J. (2004). Construyendo el futuro: UNESCO, el Banco Mundial, la OCDE y su modelo universal para la formación docente. *Cuaderno de Pedagogía*, 7(12), 107–128.
- Beech, J. (2007). La internacionalización de las políticas educativas en América Latina. *Pensamiento educativo*, 40(1), 153–173.
- Berry, R., Rimm-Kaufman, S., Ottmar, E., Walkowiak, T., & Merritt, E. (2012). *The Mathematics Scan (M-Scan): A measure of Mathematics instructional quality*. Unpublished measure, University of Virginia.
- Boston, M., & Wolf, M. (2006). Assessing academic rigor in Mathematics instruction: *the development of the instructional quality assessment toolkit*. Center for the Study of Evaluation University of California. CSE Technical Report 672.
- Boston, M., Bostic, J., Lesseig, K., & Sherman, M. (2015). A comparison of Mathematics classroom observation protocols. *Mathematics Teacher Educator*, 3(2), 154–175. <https://doi.org/10.5951/mathteaceduc.3.2.0154>
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <http://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE). (2017). *Pauta de observación de clases de Matemática (Pauta MateO). Programa Mejor Matemática*. Universidad de Chile.
- Charter, R. (2003). A breakdown of reliability coefficients by test type and reliability method, and the clinical implications of low reliability. *Journal of General Psychology*, 130(3), 290–304. <https://doi.org/10.1080/00221300309601160>
- CIAE, INEE y Mineduc. (2018). *Manual ProMate: Pauta de observación de clases de Matemáticas impartidas por profesores principiantes*. México. doi.org/10.13140/RG.2.2.11835.08488
- Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2021a). *Estándares de la profesión docente. Transformemos la enseñanza*. Ministerio de Educación de Chile. <https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/09/PPT-LANZAMIENTO-ESTANDARES-DE-LA-PROFESION-DOCENTE.pdf>
- Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2021b). *Estándares pedagógicos y disciplinarios para carreras de pedagogía en Matemática*. Ministerio de Educación de Chile. <https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/08/Matematica-Media.pdf>

- Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2021c). *Marco para la buena enseñanza*. Ministerio de Educación de Chile. <https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/08/MBE-2.pdf>
- Comisión Nacional de Acreditación (CNA-Chile). (2023). *Criterios y estándares de calidad para la acreditación de carreras y programas de pedagogía*. <https://www.cnachile.cl/noticias/SiteAssets/Paginas/Forms/AllItems/CyE%20CARRERAS%20Y%20PROGRAMAS%20DE%20PED-AGOG%c3%8dA.pdf>
- Contreras, I., Rittershausen, S., Montecinos, C., Solís, M., Núñez, C. y Walker, H. (2010). La escuela como espacio para aprender a enseñar: visiones desde los programas de formación de profesores de educación media. *Estudios Pedagógicos*, 36(1), 85–105. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052010000100004>
- Creswell, J., & Creswell, J. (2023). *Research design. Qualitative, quantitative and mixed methods approaches* (6th ed.). SAGE.
- Escobar-Pérez, J. y Cuervo-Martínez, Á. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en medición*, 6, 27–36.
- Escurra, M. (1988). Cuantificación de la validez de contenido por criterio de jueces. *Revista de Psicología*, 6(1-2), 103–111. <https://doi.org/10.18800/psico.198801-02.008>
- Espinoza, L., Guerrero, G., Barbé, J., & Márquez, F. (2023). Design and validation of a classroom observation instrument to evaluate the quality of mathematical activity from a gender perspective. *Educ. Sci*, 13(3), 266. <https://doi.org/10.3390/educsci13030266>
- Espinoza-Vásquez, G., Henríquez-Rivas, C., Climent, N., Ponce, R., & Verdugo-Hernández, P. (2025). Teaching Thales's theorem: relations between suitable mathematical working spaces and specialised knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 118, 271–293. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10367-9>
- Evaluation Facilitation Group. (2000). *Reformed Teaching Observation Protocol (RTOP): Reference Manual*. ACEPT Technical Report No. IN00-3.
- Fuertes, M. (2011). La observación de las prácticas educativas como elemento de evaluación y de mejora de la calidad en la formación inicial y continua del profesorado. *Revista de Docencia Universitaria*, 9(3), 237–258. <https://doi.org/10.4995/redu.2011.11228>
- García, M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. *Educación Matemática*, 17(2), 153–166.
- Gómez-Chacón, I., Kuzniak, A. y Vivier, L. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemático. *Boletim de Educação Matemática*, 30(54), 1–22. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a01>

- Henríquez-Rivas, C., Kuzniak, A., & Masselin, B. (2022). The idone or suitable MWS as an essential transition stage between personal and reference mathematical work. En A. Kuzniak, E. Montoya-Delgadillo, & P. R. Richard. (Eds.), *Mathematical work in educational context: The perspective of the theory of Mathematical Working Spaces* (pp. 121–146). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_6
- Henríquez-Rivas, C. y Kuzniak, A. (2021). Profundización en el trabajo geométrico de futuros profesores en entornos tecnológicos y de lápiz y papel. *Bolema*, 35(71), 1550–1572. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a15>
- Henríquez-Rivas, C. y Verdugo-Hernández, P. (2023). Diseño de tareas en la formación inicial docente de matemáticas que involucran las representaciones de una función. *Educación Matemática*, 35(3), 178–208. <https://doi.org/10.24844/em3503.06>
- Hirmas, C. (2014). Tensiones y desafíos para pensar el cambio en la formación práctica de futuros profesores. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 40(Especial), 127–143. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052014000200008>
- Joglar, N., Ferrando, I., Abánades, M., Arteaga, B., Barrera, V., Belmonte, J. y Star, J. (2021). POEMat.ES: Pauta de observación de la enseñanza de matemáticas en educación secundaria en España. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 20, 82-103. <https://doi.org/10.35763/aiem20.4004>
- Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E., & Richard, P. (2022). *Mathematical work in educational context: The perspective of the theory of mathematical working spaces*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8>
- Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical working spaces in schooling: An introduction. *ZDM - Mathematics Education*, 48(6), 721–737. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0812-x>
- Kuzniak, A. y Richard, P. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(4), 5–15. doi.org/10.12802/reime.13.1741a
- Lederman, R. (1993). Comparative and consistent approaches to exploratory research. MCN, *The American Journal of Maternal/Child Nursing*, 18(2), 107. <https://doi.org/10.1097/00005721-199303000-00009>
- León, N., Poveda, R. y Vargas, C. (2019). La investigación sobre la formación del profesor de Matemática en el marco de la XV CIAEM. En Y. Morales y Á. Ruiz. (Eds.), *Educación Matemática en las Américas 2019* (pp. 416–426). Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM).
- Ley 20.129 de 2006. (2006, 17 de noviembre). *Establece un sistema nacional de aseguramiento de la calidad de la educación superior*. Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?i=255323>

- Llinares, S. (2018). La formación del docente de matemáticas. Realidades y desafíos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 13(17), 55–61.
- Loría-Fernández, J., Espinoza-González, J. y Picado-Alfaro, M. (2023). Alcances de un taller sobre MTSK en la reflexión docente de un grupo de profesores de matemáticas. *PNA*, 17(3), 265–293. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i3.24141>
- Martignone, F., Ferretti, F., & Rodríguez-Muñiz, L. (2022). What aspects can characterize the specialised knowledge of a mathematics teacher educator? *Educación matemática*, 34(3), 301–328. <https://doi.org/10.24844/em3403.11>
- Martínez, M., Balboa, R. y Berger, B. (2018). ¿Qué observar para enriquecer el aula de matemáticas? *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 82, 39–44.
- Ministerio de Educación de Chile. (2017). *Decreto 309: Modifica decreto supremo N°96, de 2009, del Ministerio de Educación, que reglamenta los contenidos y forma de ejecución del programa de fomento a la calidad de la formación inicial de docentes para el año 2009*. Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1101339&idVersion=2017-03-28>
- OREALC/UNESCO Santiago. (2013). *Antecedentes y Criterios para la Elaboración de Políticas Docentes en América Latina y el Caribe*. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000223249>
- Pino-Fan, L., Guzmán-Retamal, I., Larraín, M. y Vargas-Díaz, C. (2018). La formación inicial de profesores en Chile: ‘Voces’ de la comunidad chilena de investigación en educación matemática. *Uniciencia*, 32(1), 68–88. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.32-1.5>
- Sánchez, C. (2013). Estructuras de la formación inicial docente: Propuesta de un sistema clasificatorio para su análisis. *Perfiles Educativos*, 35(142), 128–148.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.2307/1175860>
- Van Zoest, L., Peterson, B., Rougée, A., Stockero, S., Leatham, K., & Freeburn, B. (2021). Conceptualizing important facets of teacher responses to student mathematical thinking. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–26. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1895341>
- Verdugo-Hernández, P., & Caviedes-Barrera, S. (2024). The work of a prospective high school teacher in pre-professional training in highlighting mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(10). <https://doi.org/10.29333/ejmste/15473>
- Verdugo-Hernández, P., Henríquez-Rivas, C. y Espinoza-Vásquez, G. (2024). Elaboración de un perfil académico del formador en la formación práctica de profesores de matemática: diseño y validación de un instrumento. *European Public & Social Innovation Review*, 9, 1–20. <https://doi.org/10.31637/epsir-2024-698>
- Zakaryan, D. y Sosa, L. (2021). Conocimiento del profesor de secundaria de la práctica matemática en clases de geometría. *Educación matemática*, 33(1), 71–97. <https://doi.org/10.24844/em3301.03>